序言

以下の内容は大学上級の、又は望むべくはそれ以上のレベルで物理学、化学、生物学、地質学、医学、経済学、社会学、工学、オペレーションズ・リサーチ、等のような、推測（inference）*が必要な何らかの分野と共に、応用数学を学んだ読者に向けて書かれたものです。確率と統計の予備知識は必要ありません。実際、この分野にはある程度無知であることが望ましいかも知れません。何故なら、学ばない部分はまず無いでしょうから。

私たちは確率理論と全ての確率と慣習的な数学に関わりますが、ここでは標準的な教科書の内容よりも広く見ています。最初の章からすべて私たちが興味を持つことが出来て、役に立つ「新しい」（即ち、以前に出版されていない）結果を含んでいます。私たちの応用の多くは現在教えられているような慣習的な確率論の範囲外にあります。しかし、私たちはその結果がそれ自身を物語るであろうと考えていますし、ここで詳述された理論のようなものが将来の慣習的な確率論になるであろうと考えています。

歴史：この仕事の現在の形式は多年にわたる進化する成長の結果です。確率理論における私の興味はまずハロルド・ジェフェリーの仕事（1939）を読むことによって刺激され、そして彼の視点が理論物理学の問題すべてを非常に異なった光りの中に浮かび上がらせるということを目の当たりにしました。しかし、それから素早く連続的にR. T. コックスの仕事（1946）、C. E. シャノン（1948）、および G. ポーリャ（1954）の発見が私の心を 40 年以上も占め続けた新しい思想の世界を開いてくれました。一般の合理的な考え方の、より大きく永久的な世界において、理論物理学の現行の問題は、ただ一時的な興味の細部であるかのように見えます。

実際の著述は 1956 年にスタンフォード大学で５回に及ぶ一連の講義ノートとして始まっています。それはジョージ・ポーリャの「数学およびもっともらしい（plausible）理由付け」に関する新鮮で刺激的な仕事を詳述したものでした。彼は私たちの直感的な「常識」を研究し、基本的な定性的必要不可欠なもの（desiderata）の集合とし、数学者が、厳格な証明の発見に、当然先立つところの、初期の段階を誘導するために用いていた、ということを示したのです。結果は１８世紀にラプラスによって解析的に発展させられ、ジェームス・ベルヌーイの「発想の芸術」（1713）のものと多くが似ていました。ただ、ポーリャ

---

* 「推測」によって私たちは単純に、十分な情報が手元にある様なときの、演繹的な理由付けを意味します。一方、帰納的な、或いはもっともらしい理由付けとは、実際問題では殆どそうですが、必要な情報が利用出来ないときのものです。このように私たちの話題は不完全情報の最適処理です。

の思想とは定性的なものであることだけでしたが。

しかし、ポーリャはこの定性的な一致を、それにはもっとあるに違いないということを暗示するような、完全で論じ尽くした詳細さで実証しました。幸運にも、R．T．コックスの首尾一貫性定理は問題を掴むのに十分でした。ある人がポーリャの定性的条件をそれらに足した時に、その結果は、もし、もっともらしさの程度が実数によって表現されるならば、そのとき推測を導くための定量的規則群がユニークに定められることの一つの証明でした。即ち、それらに矛盾する如何なる他の規則も当然のこととして合理性や首尾一貫性の基本的な必要不可欠なものに違反します。

しかし、最終結果はまさにベルヌーイやラプラスによって既に与えられた確率理論の標準則でした。だから、騒ぎは何だったのでしょうか。その重要で新しい姿は今やこれらの規則が「チャンス」や「確率変数」を言及することなく、一般論理の唯一有効な原理として見られるということだったのです。だからそれらの応用範囲は20世紀初頭に展開された慣習的な確率理論において想像されてきたよりずっと大きいのです。結果として、「確率理論」と「統計的推測」の想像上の相違は消えてしまいます。そして、その分野は論理的な唯一性と簡単さだけでなく、応用面でのより大きな技術力と柔軟性を達成します。

著者の講義では、「ランダムさ」よりも不完全な情報の結果として生ずることが殆どの科学的推測の一般的な問題に用いられるように、ポーリャの視点の定量的形式化に、それ故、重点をおいていました。ポーリャについての個人的な回想のいくつかとこの仕事の始まりは第５章にあります。

しかし、一旦応用の展開が始まると、多くを直感的に見て、また私の遭遇するあらゆる問題を予期していたかのように見える、ハロルド・ジェフェリーの仕事は再び注目の焦点中心になりました。私の彼に対する借りは、彼の記憶に対するこの本の貢献によって部分的に示されているだけに過ぎません。彼の仕事と私の仕事へのその影響に対するさらなるコメントは幾つかの章にばらまかれています。

1957－1970年の間で、講義は多くの他の大学や研究所で着実に内容を増やしながら繰り返されました。*この成長で慣習的「統計的推測」の顕著な困難さが容易に理解され、乗りこえられることが次第に明確になりました。しかし、今やそれらの場所を占めている規則が全く僅かな概念的なものであったし、それらを如何に正しく適用するかについて、ある程度の深い考察を要しました。ラプラスの仕事を排斥してしまった過去の困難さは、結局の所一旦認識されれば直ちに修正できるものの、通常、曖昧さの無い問題定義の失敗から生じる、又

*始めの部分の章での題材のいくつかは1958年ソコニー・モービル・オイル社によって「純粋および応用科学の研究討論会講義」シリーズ第４として出版されています。

は、うわべは些細な関連情報のもっともらしさを評価したための、ただの誤用であったことが判りました。私たちの「拡張論理」アプローチと通常の「確率変数」アプローチとの様々な関係は殆ど全ての章に多くの異なった形であらわれます。

結果的に、題材は一連の短い講義で表されるものを遙かに越えてしまいました。そして、その仕事は古い困難さを清掃してしまうことで、教育学的局面から進化した結果、私達自身が新しい問題に対処する強力な道具を持っていると判りました。おおよそ 1970 年からその増加は同じペースで続いて来ましたが、著者とその同僚の研究活動によって代わりに埋められました。私たちは最終結果がその教科書としても参考文書としても役立つべきものとしたハイブリッド起源を十分保持しているものと希望しています。

上記の観点で、私たちはチャールス・ダーウインが彼の「*種の起源*」の序文で書いた「私は結論を下すために急ぎ過ぎていなかったことを示すために、これらの個人的詳細を与えるので、私がそれらに入ったことに対し非難されるかもしれないことを希望する」という文章を繰り返します。しかし、30 年も前になされた仕事は今日では古ぼけていると考えられるかもしれません。幸運なことに、ジェフェリー、ポーリャ、及びコックスの仕事は基本的な、真実の変わらない時間無し特性で、時間と共に重要性が増大するものでした。推測の本質に関わる彼らの直感は、30 年前は単に奇妙なだけであったのですが、今日科学の６分野で非常に重要であり、これから 100 年の内に全ての分野で決定的に重要になるでしょう。

基礎：数百の実際の問題への応用という 30 年の経験から確率理論の基礎に関する私たちの見解は何か全く複雑なものに進化し、「これ良く」とか「あれ駄目」のような簡単な用語では記述できないものです。例えば、私たちの確率のシステムは、様式においてまず哲学であり得ないし、目的はコルモゴロフのそれかからかなり違っています。私たちが現在の応用で必要とされるように確率理論の全くの半分であると考えるところのもの－不完全な情報の論理的な解析による確率割り当ての原理－は現在、少しもコルモゴロフ体系ではありません。

しかも、全てが語られなされたときに、驚いたことに私たちは、殆ど全ての技術問題に関して、コルモゴロフに一致して、かつ、彼の批判に一致しないでいる私たち自身を見つけます。付録Ａに注記されたように、彼の公理のおのおのが全ての実際上の目的に対し、ポーリャ－コックスの合理性と首尾一貫性からの必要不可欠なもの（desiderata）から導き出せるものであることが判ります。要するに、私たちの確率の体系はコルモゴロフの体系と矛盾していないとみています。しかし、むしろ、近代の応用に必要とされる方向にその拡張を許すよ

り深い論理的基礎を求めているものです。この努力において、多くの問題が解決され、そして未解決のものは私たちが当然期待すべきところに、新しい基盤へ、うち破ることによって、現れるのです。

もう一つ別の例として、誰にも初見では、私たちはデ・フィネッテイの確率体系に非常に近い一致があるように見えます。実際、著者はこのことをある期間信じておりました。それでもまだ、全てが語られなされた時に、私たちは、驚いたことに、ゆるい哲学的一致が残っている以上のものは殆どないということが判りました。多くの技術的課題に関して、私たちはデ・フィネッテイに強く不賛成です。私たちには彼の無限集合の扱い方は無用で不必要なパラドックスの詰まったパンドラの箱を開けてしまったように見えます。有限加法性とNonconglomerability とは第 15 章で議論された例です。

無限集合パラドックスは今日広がりつつあって、確率理論の現実の寿命をおびやかすという不健全な流行病になってしまいました。これは直ちに外科手術で取り除く必要があります。この外科手術の後で。私たちのシステムにおいては、かようなパラドックスは自動的に避けられます。私たちの基本則の正しい適用からは、それらは生じようがありません。何故なら、これらの規則は有限集合と上手く定義され、上手く振る舞う有限集合の極限値として生ずる無限集合のみを許すからです。パラドックスは（１）その特性を定義するためになんらの極限過程を明示することなく直接に無限集合に飛び込み、そして、（２）誰の答えが如何にその極限値に依存しているかと質問を発することによります。

例えば、質問「一つの整数が偶数である確率は何ですか。」は、どんな極限過程が「すべての整数の集合」を定義するかに依存して、（丁度一つの条件付き収束級数が、その項を並べ替える順序により、私たちが満足するいかなる数値にも収束させ得るように）私たちが（０，１）で満足する如何様な答えも持ち得ます。

私たちの見解では、有限集合からそれを生成することが出来る極限過程を明示するまでは、無限集合はいかなる「存在」も、数学的特性をも少しもー少なくとも確率理論においてー所有するとは言い得ないのです。換言すると、私たちはカントール、ヒルベルトおよびブールバキではなく、ガウス、クロネッカーおよびポアンカレの旗の下で航海するのです。このことによって衝撃を受けた読者が数学者のモリス・クラインによるブールバキズムの告発（1980）を勉強され、そして、私たちのアプローチの利点を見るのに十分なだけ長く私たちと我慢して聞いて頂くことを希望します。例は殆どすべての章に出てきます。

比較：多年にわたって「頻度派」対「ベイジアン」推測法の論争がありました。ここで筆者は率直なところベイジアン側に組みするものの一人です。このこと

の 1981 年までの記録は初期の本（Jaynes、1983）にあります。これらの古い仕事において、両方の側に哲学や思想の水準に関して議論する一つの強い傾向がありました。私たちは今や私たち自身を少しこのことから離れたところにおくことが出来ます。何故なら、最近の研究のおかげで、もはやそのような議論に訴える必要性がないからです。私たちは今や証明された定理と実際の性能の事実を実証する大量の検討された数値例を持っています。結果として、ベイズの方法の優位性が百の異なった分野で今や十分に実証されています。私たちはこのことを最終結果に実質的な相違がある時には何時も、ある詳細さでもって指摘します。かように、私たちはベイズの方法に対する議論を厳格に続けますが、読者が我々の議論が今や哲学的かまたは思想的立場を主張しているよりも事実を引用することによって進められていることに注目するよう求めます。

しかし、ベイジアンも頻度派アプローチも普遍的に適用可能ではありません。だから、現時点より一般的な研究に物事のより広い見方を私たちは取るのです。私たちのテーマは単純に、*拡張論理としての確率理論*なのです。その「新しい」感覚は確率理論の数学的規則が単に「確率変数」の頻度を計算するための規則ではないという認識に等しいのです。それらはあらゆる種類の推測（即ち、もっともらしい理由付け）を導く唯一の首尾一貫した規則でもあります。そして私たちはその目的のために完全な一般性でそれらを適用するでしょう。

すべての「ベイズ流」計算が私たちの規則の特別なケースとして自動的に含められていることは本当ですが、すべての「頻度派」の計算が入っているわけではありません。それにもかかわらず、私たちの基本則はこれらのどちらより広く、多くの応用において私たちの計算はどちらの分類にも合わないものなのです。

現在私たちがそれを見ている状況を説明するために、標本分布にのみ用いる伝統的な「頻度派」の方法が、多くの特別に単純な理想化された問題で利用できて役立つのですが、彼らは実際問題では殆どあり得ない条件（事前情報に無関係だが独立な「ランダム実験」の繰り返し）を前提とするのでそれらが確率理論の最も禁止された特別な場合を表しています。このアプローチは現行の科学の必要性に全く不適切です。

加えて、頻度派の方法は厄介なパラメータを取り除く技術的な手段がありません。或いは、十分な、または補助的な統計が存在しない時にそのデータにあるすべての情報を使うことさえ出来ない、つまり、事前情報を計算に入れることもできません。必要な理論的原理を欠いて、確率理論からよりも直感に基づいた「一つの統計を選ぶ」ことを強いられ、そして確率理論の規則には含められていない、その場限りの任意な工夫（不偏推定子、信頼区間、パワー関数、末端領域の重要性テスト、等）を発明させられるのです。しかし、コックスの

定理が保証するように、そのような工夫は常に非首尾一貫性を生み、適用されすぎてばかげた結果を生むのです。私たちはこのような例を数十も見るでしょう。

ベイズの方法は偉大な一般化を表し、それは私たちが「よく開発された」推測の問題と呼ぶものを取り扱うのに適しています。ハロルド・ジェフェリが実証したように頻度派の方法が失敗した技術問題に努力せずして扱えるすばらしい解析器具を持っています。それ故、ベイズの方法によって頻度派の述語で議論されうるものよりはるかに複雑な問題を解くことができるのです。私たちの主な目的のひとつは、いかにこの能力の全てが拡張論理として解釈された確率理論の単純な積と和の規則に既に含められているかを示すことです。このために、どのようなその場限りの工夫は必要ないし、ー実際、その余地はないのです。

しかし、ベイズの方法が用いられ得る前に、ひとつの問題がジョン・ターキーの「探検の段階」を越えて、すべての必要とされる器具（モデル、標本空間、仮説空間、事前分布、標本分布）を決めるに十分な構造を持つ点にまで、開発されねばなりません。殆ど全ての科学的問題は私たちが推測の必要性を持つが頻度派の仮定が無効で、かつベイズの器具がまだ利用できない初期の探検的段階を通っています。このレベルでの問題は私たちの不完全な情報から直接に確率を割り当てるより原始的な手段を必要とします。

この目的のために、最大エントロピーの原理が現時点で最も明確な理論的正当性を持っていて、ベイズの器具と同じぐらい強力で用途の広い解析器具で、計算的にも最も高く開発されています。それを適用するために私たちはひとつの標本空間を定義しなければなりませんが、いかなるモデルも標本分布も必要としません。実際には、エントロピー最大化は、私たちのデータからひとつのモデルを創りだします。そしてそれはあまりにも多くの異なった基準*によって最適であることを証明するものなので、殆ど標本空間はあるがモデルが無い問題に、人がそれを使いたくないと考える状況を想像することができません。

ベイジアンと最大エントロピー法は他の面で異なっています。両方法とも情報を組み込んだ最適の推測をもたらしますが、私たちはベイズ流解析のために

---

* これらは効率的な情報操作に関係している：例えば、（１）創られたモデルが制約に全ての情報を捕らえる最も単純なものです。（第 11 章）;（２）それは制約が十分統計になっている唯一のモデルです。（第 8 章）;（３）もし、新しいデータ D から後のベイズ流推測のために標本分布を構成するとして見るならば、後の推測に用いられる D における測定誤差の特性のみがある明確な事前情報を含む標本分布についてのものです。（第 7 章）このようにその形式化は私たちが持っている全ての情報を自動的に計算に入れますが、私たちが持っていない情報を仮定することを避けます。このことは人が情報の用語で少しも考慮せず、一般にこれらの必要不可欠条件の二つに違反する伝統的方法とするどく対照的です。

ひとつのモデルを選らぶかも知れません。これは観察される現象についてのある事前の知識－或いはいくつかの作動仮説－を表すものです。通常、そのような仮説はデータにおいて直接観察できるところのものを越えて広がります。そして、その感覚でベイズの方法は推測的で－或いは、少なくとも、多分－あります。もし、その臨時の仮説が正しいならば、その時私たちはベイズ流の結果を改善するであろうと期待します。もしそれらが偽りであるならば、その推測はより悪いものでしょう。

他方、最大エントロピーは標本空間と利用可能なデータにおける証拠を越える仮説は何も呼び出さないという感覚において、非推測的手法です。このようにそれは私たちの想像上においてのみ存在するパラメータの値よりも、むしろただ観察できる事実（未来の関数か過去の観察）のみを予言します。私たちが殆ど生データ以上の知識を持っていないときに最大エントロピーが適切な（最も安全な）道具であるということは、まさにその理由のためです。それはデータによって保証されていない結論を引き出すことに対しての防御になっています。しかし、情報が極端にぼんやりしているときには何らかの適切な標本空間を定義することは困難かもしれません。それで人はまだ最大エントロピーよりも基本的な原理が発見されるのではないかと考えるかもしれません。ここに、より新しい創造的な考えの余地があります。

現時点では、最大エントロピーが私たちが必要とするただひとつの道具になっている、多くの重要で高度に些細でない応用があります。計画されているこの仕事の第二巻は、それらを詳細に考えることです。通常、この巻で研究されるより一般的な応用で必要とされるより、その主題項目の分野の、より技術的な知識を必要とします。例えば、現在統計力学として知られている全てが、非常に成功した最大エントロピー・スペクトル解析として、また、現在使用中のイメージ再構成アルゴリズムとして、これに含まれています。しかし、将来私たちは後者の二つの応用は、私たちがより適切なモデルと仮説空間に気が付いたときに、ベイジアン段階に進化するであろうと考えています。

知的活動：人は既にポーリャの例から期待しているかも知れませんが、拡張論理としての確率理論は人間の、時に驚かし、かつ詳細を攪乱する、知的活動の多くの面を再生産します。第５章で私たちは、信じない人達が首尾一貫して説明するのに、真実を話すが信じられていない人の現象を陳列する私たちの方程式を見つけます。その理論は、何故およびどんな状況のもとで、このことが生じるかを説明します。

その方程式はより複雑な現象、意見の発散、をも再生します。人は公衆課題の公開討議は一般的な共通理解をもたらす傾向があろうと予期するでしょう。

反対に、私たちはある論争課題が数年間も厳しく議論されてきたときには社会が極端に対抗する二つの部隊に２極化することを繰り返し観察します。そうなると殆ど中庸の見解を保持する人を見つけることが不可能です。論理としての確率理論は同じ情報を与えられた二人の人が如何にそれによって反対の方向の意見を持ち得るか、またこれを避けるために何がなされなければならないかを示します。

そのような点で、確率理論は疑いもなく私たちが直感的な判断をするときに、私たちの心が無意識にも作用する仕組みについて、何かを私たちに話しかけています。人によってはこれらの秘密の暴露を不愉快なものに感じるかも知れませんし、また別の人は心理学、社会学あるいは法学の研究に有用な道具であると見るでしょう。

「安全」とは何か：ここでは数学と論理の抽象的課題のみに関心があります。この仕事の主な実際上の伝言の一つは、与えられたデータ・セットから引き出すべき結論に関して、事前情報の大きな影響です。現行上、多数の議論された環境ハザードや食品添加物の毒性のような課題は、もし人が現在のデータだけを見て、その現象に対する私たちの事前情報を無視するならば、合理的に判断されえません。私たちが実証するように、このことは非常に、危険の過大見積もりになることも、過小見積もりになることもあり得ます。

一つの共通誤差は、放射線の影響やある物質の毒性を判断するときに、閾値無しに線形反応モデルを仮定することです。恐らく、あっても非常にゆっくりとしか取り除かれない、重金属イオン（水銀、鉛）のような蓄積する毒に対しては、閾値効果は無いでしょう。しかし、事実上すべての有機物質（サッカリンやチクロのような）は有限代謝率の存在が、有限の閾値服用率が存在しなければならないことを意味します。そして、この閾値以下ではその物質は急速に分解されるか取り除かれて病害の影響を持ちません。もしこのことが本当でなかったならば、全てのものを私たちは食べてきたのですから、人類は決して現在まで生き延びて来られなかったでしょう。

実際、あなたや私がこれまで取ってきたあらゆる一口の食物がその構造も生理学上の影響も決して決定されていない－そしてその内の数百万は大量に服用すれば有毒でも致命的にもなる－数十億もの複雑な分子を含んでいたのです。私たちはサッカリンよりももっと危険な－しかし、さまざまな閾値より遙かに下である故に、量的に安全な－数千の物質を毎日消化していることは疑いようもありません。しかし、現時点、通常の薬を除いて、私たちはその閾値を実際には知っておりません。

それ故、この分野の推測の目標は反応曲線の傾斜のみでなく、*もっと重要な*

ことに、閾値に対する証拠があるかどうかを決めることなのです。そして、もし閾値があるならば、その大きさ（「最大安全服用」）を推定することです。例えば、砂糖代用品は服用することは実際に遭遇するより千倍以上危険です、と告げることはその物質を用いることに反対する議論ではありません。実際、何らかの病害の影響を検知するために、千倍服用が必要であるという事実は試験された物質がむしろ、危険でないばかりか*安全*である、ことの決定的証拠であります。そして、確率理論はこのことを、そうすることが許されたときには何時でも、確認する（即ち、私たちが閾値の可能性を許すほど柔軟なモデルを用いる時には何時でも）ものです。同様の砂糖の過剰摂取は、検知できるような有害な影響をもたらすことがまず無いばかりか、糖尿病の昏睡による待ったなしの死や、しかも食物に砂糖使用を禁ずる提案を誰もしないので、もっともっと危険かもしれません。

千倍服用を私たちがすることは無いので千倍服用効果は無関係です。砂糖代替品の場合に重要な質問は次のようになります。; *砂糖代替品の毒性に対する閾値はどれだけか*、また、*砂糖に対しては*、*通常使用と比較してどれだけか*。もし、砂糖代替品のそれが高いならば、合理的な結論はその代替品は食料成分として砂糖よりもむしろ実際に安全であることになります。人のもっているデータを、閾値の可能性さえも許さないモデルを使って、解析することは何らかの量のデータから偽りの結論を導き出しうる方法で、課題を予断することです。

私たちはまさにこのような偽りの結論が、今や大きな経済浪費のみならず、公衆の健康に不必要な危険を産み出していますので、このことを序言で強調しています。社会はそのような問題を取り扱うために、限りある資源を持っているだけです。そこで、想像上の危険に対して費やされるいかなる努力が、実際の危険に対し対処されないということを意味します。科学者が作用機構（代謝率、化学反応のような）について持っている事前情報を正しく表すモデルの使用が将来そのような愚行を避け得るのです。

提示の様式：パートAで原理と基本的な応用を詳述し、大抵の章が数頁の問題の性質に関する口頭議論で始まります。ここで、私たちはそれを見る建設的な方法と過去の誤りに対して原因となった論理的な落とし穴の説明を試みます。様式の問題の幾つかを解くときにのみ、私たちは数学に向き合います。パートBではより進んだ応用を詳述し、私たちはより多く数学の詳細に集中することができます。

筆者は多くの経験から数学よりもむしろ問題の論理にこの第一の強調を置くことが、初期の段階で必要であることを学んでいます。最近の学生にとって数学はたやすい部分です。一旦一つの問題が明確な数学の練習問題に落とされる

と、如何なる本や教師のさらなる助けをも必要とせず、大抵の学生はそれを努力もなく解き、限りなくそれを拡張できるのです。彼らが戸惑ってしまう場合や、どう進めたらよいか判らなくなるのは、概念事項（実世界問題と抽象数学の間での初期の結合のさせ方）なのです。

最近の歴史は自分自身の仕事を「厳格なもの」として記述するぐらい向こう見ずな人は落下に向かっていることを実証しています。それ故、私たちは知ったかぶりをして誤りのある議論を与えるのではないということのみ主張いたします。私たちは多数のまた変化に富む聴衆に対して書いていることも気がついております。この人達の多くは狭い数学的意味における「厳格さ」よりも意味の明確さがより重要なのです。

私たちの主たる主張が論理と明確さにおく、より強くさえある理由がもう二つあります。第一に、その中に入り込む前提より強い議論はないということです。そして、ハロルド・ジェフェリが注目したように、数学的厳密さに最大の強調をおく人たちは、現実世界の確かな感覚を欠き、彼らの議論を非現実な前提に縛り、かように彼らの今日的意味を壊してしまいます。ジェフェリはこのことを、鉄骨ビームをしっくいで止めることによってビルを強化しょうと試みることに例えました。*何故* 結果が正しいのか直感的に明らかにする議論は、理解による数学的に厳密な未達成物の偉大な公然の見せ物をなすものより、実際により信頼できるものであり、科学において永久的な場所を占めるようなものなのです。

第二に、私たちは無限集合の理論を抱き込んだ数学において厳密さの本当に信頼できる標準は無いということを認識しなければなりません。モーリス・クライン（1980、p.351）はジェフェリの微笑み：「人は無限集合や選択の公理を巻き込んだ理論を用いて橋を設計すべきであろうか。橋は破壊するのではないか。」の近くに来ました。私たちが今日持っている現実の厳密さのみが、有限整数の有限集合に関する基本算術演算にあるのです。そして、もしこのことを心に持ち続けるならば私たち自身の橋は崩壊から安心なものでありましょう。

もちろん、私たちが私たちの結果に対して問題であろうと、この「有限集合」方針に従うことが本質的です。しかし、それについて狂気になるよう提案しているものではありません。特に、計算と近似の芸術は基本原理のそれより一つの異なったレベルにあります。ですから、一旦一つの結果が規則の厳密な適用から引き出されたなら、私たちは如何なるものでも便利な解析方法を、一つの有限なものの極限値として不加算集合を如何に産み出しているかを示さなければならないとの負い目もなく、評価や近似（和を積分によって置き換えるような）に用いることを許すのです。

しかし、私たちは、著者が前述の直感的臨時の工夫を、論理としての確率理

論の規則がそれらのために唯一的にかつ最適になしたであろうところのものをなすために、任意にかつ不完全に繰り返し呼び出している「伝統的」統計文献に出ていたよりも、確率理論の数学的規則により厳格な信奉を私たち自身に課します。それは第 17 章に記述されているように人工的なパラドックスと伝統的統計の矛盾を避けることを可能とする、まさにこの厳格な信奉です。

　等しく重要なことに、この方針はしばしば計算を二つの方法で簡単にします。:（A）標本分布の「統計量」を決定する問題が取り除かれます。（B）計算の始めに厄介なパラメータを取り除くことができて、捜索アルゴリズムの次元を減らせます。このことは最小二乗、あるいは最尤アルゴリズムで必要とされる計算において次元の大きさを減らすことを意味できるのです。ブレットホーストによるベイズ流コンピュータプログラム（1988）はこれらの利点を感動的に実証しています。それは、ある場合には、以前用いられた方法を越えてデータから情報を引き出す能力に大きな改善をもたらしています。

　拡張論理としての確率理論の用い方を習った科学者は、無関係な臨時の工夫のコレクションを習っただけの人に対し、強さと多様性で大きな利点を持っています。私たちの問題の複雑さが増すに連れてこの相対的利点も増します。それ故に、私たちは、将来定量的科学の全てに関わる作業者は、実際上の必要性の問題として、ここに詳述された方法で確率理論を用いることを余儀なくされると考えています。この傾向はすでに経済から天文に、磁気共鳴スペクトロスコピーに至るいくつかの分野で進行中であります。

　最後に、ある読者が、意味の隠れた微妙な点を探さないよう、注意されるべきでしょう。もちろん私たちは全ての標準的な確率と統計の専門用語を説明し、使います。何故なら、それが私たちの話題だからです。しかし、論理的推測の性質を持つ私たちの関心は、同じ課題の多くを議論に導きますが、私たちの言語は堅苦しい論理学者や哲学者から大きく異なります。言語上のトリックはありませんし、「言語以上」のややこしい言い回しもありません。平易な英語のみです。私たちはこのことが私たちの伝言を、それをまじめに理解したいと欲する人々に明確に伝えるに十分であると考えています。無限が「『存在』によって何を意味するのでしょうか」で始まる、ということに２，３歩下がることによって、いかなる事態にもこれ以上の明確さは達成されないだろうことは確かだと私たちは感じます。

謝辞：ジェフェリ、コックス、ポーリャ、およびシャノンの著述から受けた霊感に加えて、多くの問題で勤勉にも私の誤りを捕まえもっと注意深く考えることを強いてくれた 300 人あまりの以前の学生との交換によって私は利を得ています。また、私の考えは数年にわたる多くの同僚との議論によって影響を受け

ています。いくらかの人を掲げると（何人かの人によって逆アルファベット順が好まれました）：アーノルド・ツェルナー、ジョージ・ウーレンベック、ジョン・ツキー、ウイリアム・サダース、ステファン・スティーグラ、ジョン・スキリング、ジミー・サベイジ、カルロス・ロドリゲス、リンカン・モーゼス、エリオット・モントロール、ポール・マイヤ、デニス・リンドレー、デイビッド・レーン、マーク・カック、ハロルド・ジェフェリ、ブルース・ヒル、ステファン・ガル、ジャック・グッド、シモール・ガイサー、ウイリー・ヒラー、アントニー・エドワード、モーリ・デ・グルート、ヒル・デウイッド、ジェローム・コーンフィールド、ジョン・パーカー・バーグ、デイビッド・ブラックウエル、そして、ジョージ・バーナードです。彼らが私に話した非常に様々なことの全てに同意しているわけではありませんが、後の頁で何らかの形で考慮に入っています。ある課題に関して不一致に終わった時でさえ、私たちの率直な個人的討議は彼らの立場を誤って表すことを避けることを可能にし、私自身の考えも明確にすることに役だったと信じます。私は彼らの忍耐に対し感謝します。

E.T.ジェインズ
1993 年 8 月

（逐語訳：2002.7.18）